9.6 Exponential – und Logarithmusfunktionen

In vielen mathematischen Aufgaben benötigen Sie Funktionen, um Potenzen, Wurzeln oder Logarithmen zu berechnen. Gambas stellt Ihnen für diese Zwecke diverse Funktionen zur Verfügung.

9.6.1 Zusammenhang von Potenzen, Wurzeln und Logarithmen

Da der Umgang mit Potenzen, Wurzeln und Logarithmen nicht zu den täglichen Übungen zählt, werden drei grundlegende Betrachtungen der Beschreibung der entsprechenden Gambas-Funktionen vorangestellt:

$$100 = 10^2 \qquad \text{Potenzwert} = \text{Basis}^{\text{Exponent}} \; (\gg \text{ potenzieren})$$

$$10 = \sqrt[2]{100} = 10^{\frac{1}{2}} \qquad \text{Basis} = \text{Potenzwert}^{\text{Wurzel}-\text{Exponent}} \; (\gg \text{ radizieren})$$

$$\log_{10}(100) = 2 \qquad \text{Exponent} = \log_{\text{Basis}}(\text{Potenzwert}) \; (\gg \text{ logarithmieren})$$

Hinter der mathematischen Operation 'Logarithmieren' verbirgt sich nichts anderes als die 'Exponentensuche' für eine vorgegebene Zahl (Potenzwert) und gegebener Basis. Bei logarithmus = $\log_{10}(1000)$ wird der Exponent gesucht, für den $10^{\text{exponent}} = 1000$ ist. Der gesuchte Exponent ist 3, denn $10^3 = 1000$. Das musste einmal gesagt werden, bevor Sie wie wild drauf los logarithmieren … .

9.6.2 Potenz-Funktionen

Funktion	Beschreibung
potenzwert = Exp (exponent AS Float) AS Float	Berechnet den Potenzwert p zur Basis e mit dem Exponenten 'exponent' (p=e^exponent). Der Exponent muss kleiner als 709.779999 sein, um Überlauffehler zu vermeiden. Die Zahl e ist die Eulersche Zahl.
potenzwert = Expm (exponent AS Float) AS Float	Berechnet den Potenzwert p zur Basis e mit dem Exponenten 'exponent' für *sehr kleine Exponenten*. Es gilt: Expm(x) = Exp(x) - 1.
potenzwert = Exp2 (exponent AS Float) AS Float	Berechnet den Potenzwert p zur Basis 2 mit dem Exponenten 'exponent' (p = 2^exponent).
potenzwert = Exp10 (exponent AS Float) AS Float	Berechnet den Potenzwert p zur Basis 10 mit dem Exponenten 'exponent' (p = 10^exponent).

Tabelle 9.6.2.1: Operation: Potenzieren

9.6.3 Wurzel-Funktionen

Funktion	Beschreibung
2root = Sqr (number AS Float) AS Float	Berechnet die 2. Wurzel einer Zahl. Die reelle Zahl 'number' darf nicht negativ sein (number ≥ 0).
3root = Cbr (number AS Float) AS Float	Berechnet die Kubikwurzel einer Zahl. Die reelle Zahl 'number' kann 0 (Null), negativ oder positiv sein.

Tabelle 9.6.3.1: Operation: Radizieren

9.6.4 Logarithmus-Funktionen

Funktion	Beschreibung
exponent = Log (numerus AS Float) As Float	Berechnet den natürlichen Logarithmus einer Zahl (numerus) zur Basis e (Eulersche Zahl) mit logarithmus = ln(numerus). Das Symbol 'ln' steht hier für *logaritmus naturalis*. Die Zahl (numerus) muss größer als Null sein. Gesucht ist der Exponent, für den e^exponent = numerus gilt.

Funktion	Beschreibung
exponent = Logp (numerus AS Float) AS Float	Berechnet den Logarithmus zur Basis e *für sehr kleine* Werte des Numerus. Es gilt: Logp(x) = Log(1 + x).
exponent = Log2 (numerus AS Float) AS Float	Berechnet den Logarithmus einer Zahl (numerus) zur Basis 2. Die Zahl muss größer als Null sein. Gesucht ist der Exponent, für den 2^exponent = numerus gilt.
exponent = Log10 (number AS Float) AS Float	Berechnet den Logarithmus einer Zahl (numerus) zur Basis 10. Die Zahl muss größer als Null sein. Gesucht ist der Exponent, für den 10^exponent = numerus gilt.

Tabelle 9.6.4.1: Operation: Logarithmieren

Hinweise:

- Gambas besitzt neben der Funktion Logx() auch Funktionen, um den Logarithmus einer Zahl zur Basis 2 oder zur Basis 10 zu berechnen. Um auch Logarithmen zur Basis n zu berechnen, können Sie die folgende Beziehung verwenden: $Log_n(x)$ = Log(x) / Log(n).
- Sonderfälle für n = 2 und n = 10: Log2(x) = Log(x) / Log(2) und Log10(x) = Log(x) / Log(10)

9.6.5 Beispiel 1

Die Berechnung der 5. Wurzel aus der reellen Zahl 83 erfordert zum Beispiel den Einsatz einiger der o.a. Funktionen, was sich auch im u.a. Quelltext-Ausschnitt widerspiegelt:

$$w = \sqrt[5]{83} = 83^{\frac{1}{5}}$$
$$\ln(w) = \frac{1}{5}\cdot\ln(83) = 0{,}88376812155932$$
$$w = e^{\ln(w)} = e^{0{,}88376812155932} = 2{,}42000140696596$$

Die Probe wird ähnlich ausgeführt:

$$p = (2{,}42000140696596)^5$$
$$\ln(p) = 5\cdot\ln(2{,}42000140696596) = 4{,}4188406077966$$
$$p = e^{5\cdot\ln(2{,}42000140696596)} = 83$$

```
Public Sub btn5Root83_Click()
  Dim w As Float

  Print "ln(w) = "; 0.2 * Log(83)
  w = Exp(0.2 * Log(83))
  Print "w = "; Exp(0.2 * Log(83))
  Print "Probe 1 (trivial) = "; w * w * w * w * w
  Print "ln(p) = "; 5 * Log(Exp(0.2 * Log(83)))
  Print "Potenzwert = "; Exp(5 * Log(Exp(0.2 * Log(83))))
End
```

Ausgabe in der Konsole der IDE:

```
ln(w) = 0,88376812155932
w = 2,42000140696596
Probe 1 (trivial) = 83,0000000000001
ln(p) = 4,4188406077966
Potenzwert = 83
```

9.6.6 Beispiel 2

Die Berechnung des Potenzwerts a^b für a > 0 und beliebige b ($a,b \in \mathbb{R}$) funktioniert über den folgenden Ansatz problemlos: a^b = Exp(b*Log(a)) und liefert 100 in der nächsten Berechnung:

```
a = Cbr(100) ' 3. Wurzel aus 100
b = 3
Print Exp(b * Log(a))
```

Für a = Cbr(100) und b = 6 ergibt sich der Näherungswert 9999,99999999999 ≈ 10000.